Kapitola 1 Základní elektronické prvky a jejich modely

Tento dokument slouží POUZE pro studijní účely studentům ČVUT FEL. Uživatel (student) může dokument použít pouze pro svoje studijní potřeby. Distribuce a převod do tištěné podoby je povolen pouze se souhlasem autora!

13. října 2009 © Jiří Hospodka

Modely dělíme: podle rychlosti změn signálu na:

podle velikosti signálu na:

- Statické
- Dynamické

• Lineární

• Nelineární

1.1. Polovodičová dioda

Dioda je jedna ze základních elektronických součástek. Polovodičová dioda je tvořena přechodem PN, tj. technologicky vytvořeným rozhraním polovodiče typu N a P. Na obě oblasti jsou pak napařeny kovové elektrody pro vlastní elektrody diody. Oblast typu P se nazývá anoda, oblast N katoda.



Obrázek 1.1: Schématická značka diody a jejícho odporového modelu.



Obrázek 1.2: Voltampérová chrakteristika diody

$$i_D = I_S \left(e^{\frac{u_D}{NU_T}} - 1 \right), \tag{1.1}$$

 $\frac{1}{NU_T} = \frac{q}{NkT} \approx 40 \quad \text{pro křemíkovou diodu při pokojové teplotě,}$ (1.2)

kde
$$I_s$$
 je tzv. saturační proud (cca 10^{-15} až 10^{-10} A),
 q je náboj elektronu ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C),
 T je teplota ve °K a
 N je emisní koeficient závislý na materiálu diody a technologii výroby ($N = 1$ až
2).

Jak je patrné ze vztahu 1.1, saturační proud I_S udává proud diodou v závěrném směru, který je přímo úměrný ploše přechodu. Zde je nutné upozornit na skutečnost, že reálné diody (zapouzdřené součástky) vykazují proudové svody, které nejsou oproti proudu I_S nezanedbatelné a podílejí se tak na celkovém závěrném proudu diodou, který je obvykle v řádu 10^{-9} A. Dále je třeba uvést, že mimo uvedené teplotní závislosti napětí U_T je teplotou výrazně ovlivňována i velikost saturačního proudu I_S , který je mimo jiné úměrný *třetí mocnině* absolutní teploty, viz. např. [1].



Obrázek 1.3: Voltampérová chrakteristika diody v logaritmických souřadnicích



Obrázek 1.4: Voltampérová chrakteristika diody pro různé teploty



Obrázek 1.5: model
002 $\,$

Symbolika značení jednotlivých obvodových veličin je následující – napětí na diodě u_D se superpozicí střídavé složky u_d na stejnosměrnou složku U_D , udávající statickou polohu pracovního bodu. Obdobně je značen i proud diodou i_D , platí:

$$u_D = U_D + u_d, \qquad i_D = I_D + i_d.$$
 (1.3)



Obrázek 1.6: Linearizace chrakteristiky diody v pracovním bodě



Obrázek 1.7: Linearizovaný statický model diody pro malé změny obvodových veličin: (a) pro pomalé a (b) pro rychlé změny

$$\frac{1}{r_d} = g_d = \frac{i_d}{u_d} = \frac{\partial i_D}{\partial u_D} \bigg|_{P_0:(u_D = U_D)} = \frac{\partial I_S \left(e^{\frac{u_D}{NU_T}} - 1 \right)}{\partial u_D} \bigg|_{P_0} = \frac{1}{NU_T} \left(I_S e^{\frac{U_D}{nU_T}} \right) \doteq \frac{1}{NU_T} I_D \doteq 40 I_D \quad (1.4)$$



Obrázek 1.8: Nelinearní chování diody při velkém buzení



Obrázek 1.9: Nelineární model diody s akumulačními prvky

$$C_B = \frac{C_{JO}}{\left(1 + \frac{|u_D|}{U_J}\right)^m}, \qquad u_D < 0,$$
(1.5)

$$C_D = \frac{\tau_T}{NU_T} i_D, \qquad i_D > 0, \qquad (1.6)$$

kde C_{JO} je kapacita přechodu při nulovém napětí u_D ,

 U_J je tzv. difuzní potenciál (pro křemík $U_J \in \langle 0.6, 0.8 \rangle$) m je koeficient (grading coefficient) závislý na technologii výroby přechodu – koncentracích obou polovodičů, m = 1/3 až 1/2 a $\tau \tau$ je efektivní doba života menšinových posičů náboje (průměrná průletová doba)

 τ_T je efektivní doba života menšinových nosičů náboje (průměrná průletová doba), viz. [1].



Obrázek 1.10: Linearizovaný model diody s akumulačními prvky, (a) základní, (b) včetně sériového odporu

1.2. Bipolární tranzistor



Obrázek 1.11: Struktura bipolárního tranzistoru np
n a jeho pólování v aktivním režimu



Obrázek 1.12: Schématický symbol tranzistoru typu (a) NPN a (b) PNP a označení kladných směrů obvodových veličin pro aktivní oblast



Obrázek 1.13: Zapojení pro polarizaci bipolárních tranzistorů (a) NPN
a $({\rm b})$ PNP tranzistoru v aktivní oblasti



Obrázek 1.14: Charakteristiky bipolárního tranzistoru



Obrázek 1.15: Proudový zesilovací činitel bipolárního tranzistoru v závislosti na kolektorovém proudu



Obrázek 1.16: Ebers-Mollův nelineární statický model bipolárního tranzistoru pro aktivní režim.

$$i_C = I_S \left(e^{\frac{u_{BE}}{N_F U_T}} - 1 \right), \tag{1.7}$$

$$i_E = \frac{i_C}{\alpha_F} = \frac{I_S}{\alpha_F} \left(e^{\frac{u_{BE}}{N_F U_T}} - 1 \right), \tag{1.8}$$

$$i_B = i_E - i_C = \left(\frac{1}{\alpha_F} - 1\right) i_C = \frac{i_C}{\beta_F} = \frac{I_S}{\beta} \left(e^{\frac{u_{BE}}{N_F U_T}} - 1\right),$$
 (1.9)

kde I_S/α_F je zpětný saturační proud emitorového přechodu (cca 10^{-12} až 10^{-15}), N_F je emisní koeficient pro aktivní režim (forward) α_F je proudový zesilovací činitel nakrátko pro zapojení se společnou bází opět v aktivním režimu a činitel $\frac{1}{\alpha_F} - 1 = \frac{1}{\beta_F}$ je převrácená hodnota tzv. proudového zesilovacího činitele β_F pro zapojení se polečným emitorem, tj.

$$i_C = \beta i_B. \tag{1.10}$$

Lze také jednoduše najít vztahy mezi tímto činitelem a činitelem α_F .

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}, \quad \text{resp.} \quad \alpha_F = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F}$$
(1.11)

Pozn.: Pro standardní nízkovýkonové typy bipolárních tranzistorů bývá činitel β_F v rozsahu 100 až 400, tj. α_F v rozsahu 0,99 až 0,997, pro výkonové typy mívá činitel β_F velikost cca 30 až 70.



Obrázek 1.17: Obecný nelineární statický model bipolárního tranzistoru pro aktivní režim.

Rovnice (1.7) až (1.9) popisovaly vztahy mezi obvodovými veličinami NPN tranzistoru. Relace pro tranzistor PNP budou samozřejně stejné, je však nutné vzít v úvahu opačnou polarizaci mezielektrodových napětí, jak udává obrázek 1.12 (b). Pak např. rovnice (1.7) přejde na tvar (1.12) a podobně se upraví i zbývající.

$$i_C = I_S \left(e^{\frac{u_{EB}}{N_F U_T}} - 1 \right).$$
 (1.12)



Obrázek 1.18: Celkový Ebers-Mollův nelineární statický model bipolárního tranzistoru



Obrázek 1.19: Demonstrace Earlyho jevu u bipolárního tranzistoru

$$i_{C} = I_{s} \left(e^{\frac{u_{BE}}{n_{F}U_{T}}} - 1 \right) \left(1 + \frac{u_{CE}}{U_{A}} \right) \qquad \text{pro NPN tranzistor,} \qquad (1.13)$$
$$i_{C} = I_{s} \left(e^{\frac{u_{EB}}{n_{F}U_{T}}} - 1 \right) \left(1 + \frac{u_{EC}}{U_{A}} \right) \qquad \text{pro PNP tranzistor.} \qquad (1.14)$$



Obrázek 1.20: Nelineární statické modely bipolárního NPN tranzistoru pro aktivní režim s uvažováním výstupního odporu.

Oblast saturace



Obrázek 1.21: Zapojení tranzistoru pro dosažení oblasti saturace.

Je-li $i_B\beta_F > i_c$, napětí u_{BC} změní svoji polaritu (+0.5 V) \Rightarrow saturace.



Obrázek 1.22: Zjednodušené modely bipolárních tranzistorů pro oblast saturace.

1.2.1. Linearizace Ebers-Mollova modelu



Obrázek 1.23: Zapojení NPN tranzistoru pro demonsraci linearizace jeho charakteristik v pracovním bodě.

Symbolika značení je obdobná jako u diody, platí:

$$u_{BE} = U_{BE} + u_{be}, \qquad u_{CE} = U_{CE} + u_{ce},$$
 (1.15)

$$i_B = I_B + i_b,$$
 $i_C = I_C + i_c,$ atd. (1.16)



Obrázek 1.24: Linearizace charakteristik bipolárního tranzistoru



Obrázek 1.25: Linearizace převodní charakteristiky bipolárního tranzistoru

$$g_m = \frac{i_c}{u_{be}} = \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0: \ (u_{BE} = U_{BE})} = \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{I_S e^{\frac{U_{BE}}{N_F U_T}}}{N_F U_T} \doteq \frac{I_C}{N_F U_T} \doteq 40 I_C.$$
(1.17)

Pokud budeme dále předpokládat, že α_F i β_F jsou konstanty nezávislé na u_{BE} , platí:

$$\frac{1}{r_{\pi}} = g_{\pi} = \frac{i_b}{u_{be}} = \frac{\partial i_B}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{\partial \frac{i_C}{\beta_F}}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{g_m}{\beta}, \quad (1.18)$$

což je vstupní vodivost tranzistoru pro střídavé veličiny.



Obrázek 1.26: Linearizovaný model tranzistoru – PI model



Obrázek 1.27: Linearizovaný Ebers-Mollův model tranzistoru – T model

Využitím vztahu (1.8) a předpokladu nezávislosti parametru α_F na napětí u_{BE} , lze pro vodivost rezistoru r_e odvodit:

$$\frac{1}{r_e} = g_e = \frac{i_e}{u_{be}} = \frac{\partial i_E}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0: \ (u_{BE} = U_{BE})} = \frac{\frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{\cup_{BE}}{n_F U_T}}}{n_F U_T} \doteq \frac{I_E}{n_F U_T} \doteq 40 I_E.$$
(1.19)

Jelikož pro střídavé veličiny platí

$$i_c = g_m u_{be} = \alpha i_e = \beta i_b, \tag{1.20}$$

můžeme v linearizovaných modelech na obrázcích 1.26 a 1.27 proudový zdroj řídit jak proudem i_e , resp. i_b , tak napětím u_{be} , přičemž $ic = \beta i_b = \alpha i_e = g_m u_{be}$ a jejich chování se nezmění.

$$g_m = \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{\partial \alpha_F i_E}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \alpha \frac{\partial i_E}{\partial u_{BE}} \bigg|_{P_0} = \frac{\alpha}{r_e}$$
(1.21)

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{\beta r_e}{\alpha} = r_e (1+\beta) \tag{1.22}$$

přičemž platí

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}, \quad \text{resp.} \quad \beta + 1 = \frac{1}{1-\alpha} \quad \text{a} \quad \alpha = \frac{\beta}{1+\beta}, \tag{1.23}$$

obdobně jako v (1.11).

Linearizací jsme zároveň přešli od statických parametrů¹ α_F a β_F k paramerům střídavým, tj. diferenciálním α a β (pro malé změny obvodových veličin).

$$^1 {\rm V}$$
 pracovním bodě platí $\alpha_F = \frac{I_C}{I_E},$ resp. $\beta_F = \frac{I_C}{I_B}.$



Obrázek 1.28: Linearizované odporové modely tranzistoru PNP, (a) T
 model, (b) Π model



Obrázek 1.29: Linearizované odporové modely tranzistoru NPN včetně výstupního odporu

Vyjdeme-li ze vztahu (1.13), lze pro r_0 psát:

$$\frac{1}{r_0} = g_0 = \frac{\partial i_C}{\partial u_{CE}}\Big|_{P_0} = \frac{I_C}{U_A}$$
(1.24)



Obrázek 1.30: Nelineární model bipolárního tranzistoru s akumulačními prvky



Obrázek 1.31: Linearizovaný model bipolárního tranzistoru pro vyšší kmitočty

1.3. tranzistory řízené elektrickým polem JFET a MOSFET

1.3.1. Funkce tranzistoru JFET



Obrázek 1.32: Struktura unipolárního přechodového tranzistoru JFET s kanálem typu N při malém napětí U_{GS}



Obrázek 1.33: Struktura unipolárního přechodového tranzistoru JFET s kanálem typu N



Obrázek 1.34: Schématické značky tranzistoru JFET a orientace obvodových veličin pro (a) N-kanál a (b) pro P-kanál.



Obrázek 1.35: Polarizace tranzistorů JFET pomocí napěťových zdrojů.



Obrázek 1.36: Převodní charakteristiky unipolarního tranzistoru typu JFET.



Obrázek 1.37: Výstupní charakteristiky unipolarního tranzistoru typu JFET

U tranzistoru řízeného polem rozlišujeme tři základní pracovní oblasti:

1. tranzistor uzavřený:
$$i_D = 0$$
 pro

$$\begin{cases}
u_{GS} \leq U_{TO} & \text{pro kanál N,} \\
u_{GS} \geq U_{TO} & \text{pro kanál P,} \\
\end{cases}$$

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{u_{GS}}{U_{TO}} \right)^2 = \frac{I_{DSS}}{U_{TO}^2} \left(U_{TO} - u_{GS} \right)^2 = K_\beta \left(u_{GS} - U_{TO} \right)^2 \qquad (1.27)$$

kde I_{DSS} je proud drainu při nulovém řídícím napětí $u_{GS} = 0$, U_{TO} je prahové napětí (u_{GS}), kdy se začíná otevírat, resp. zavírat kanál a $K_{\beta} = \frac{I_{DSS}}{U_{\pi \alpha}^2} [A/V^2]$ je vodivostní (transkonduktanční) parametr tranzistoru.

$$i_D = K_\beta (u_{GS} - U_{TO})^2 (1 + \lambda u_{DS})$$
 (1.28)

kde $\lambda^{-1} = U_A$ je analogická veličina k Earlyho napětí bipolárního tranzistoru. Naopak pro proud drainem ve vodivostní oblasti platí:

$$i_D = K_\beta \left(2(u_{GS} - U_{TO})u_{DS} - u_{DS}^2 \right).$$
(1.29)

1.3.2. Funkce tranzistoru MOSFET



Obrázek 1.38: Struktura unipolárního tranzistoru MOSFET s kanálem typu N



Obrázek 1.39: Struktura unipolárního tranzistoru MOSFET s kanálem typu N



Obrázek 1.40: Schématické značky tranzistoru MOSFET a orientace obvodových veličin pro (a) indukovaný a (b) zabudovaný N-kanál, (c) a (d) pro P-kanál.



Obrázek 1.41: Polarizace tranzistorů MOSFET pomocí napěťových zdrojů.



Obrázek 1.42: Převodní charakteristiky tranzistorů MOSFET



Obrázek 1.43: Charakteristiky unipolarniho tranzistoru MOSFET

Pro proud drainem v saturační oblasti lze odvodit:

$$i_D = \frac{1}{2} K_P \frac{W}{L} \left(u_{GS} - U_{TO} \right)^2 \tag{1.30}$$

kde $K_P[A/V^2]$ je vodivostní (transkonduktanční) parametr tranzistoru,

W je šířka a L je délka kanálu – viz. obázek 1.38 a

 U_{TO} je prahové napětí – napětí u_{GS} , kdy se začíná otevírat, resp. zavírat kanál. Vodivostní parametr je dán následující rovnicí

$$K_P = \mu C_{ox} \tag{1.31}$$

kde $\mu [m^2/V \cdot s]$ je pohyblivost volných nosičů náboje (elektronů pro N kanál – μ_n , děr pro P kanál – μ_p) a

 C_{ox} [F/m²] je měrná kapacita hradla (kapacita na jednotku plochy).

Sklon výstupních charakteristik, resp. závislost proudu i_D na napětí u_{DS} lze modelovat stejně jako u tranzistoru JFET, platí

$$i_D = \frac{1}{2} K_P \frac{W}{L} \left(u_{GS} - U_{TO} \right)^2 (1 + \lambda u_{DS}).$$
(1.32)

Lze odvodit, že parametr λ je nepřímo úměrný délce kanálu L.

Pro proud drainem ve vodivostní oblasti lze odvodit následující vztah:

$$i_D = \frac{1}{2} K_P \frac{W}{L} \left(2(u_{GS} - U_{TO}) u_{DS} - u_{DS}^2 \right).$$
(1.33)

1.4. Modelování tranzistorů FET



Obrázek 1.44: Nelineární odporový model unipolárního tranzistoru pro jednoduché určení pracovního bodu.



Obrázek 1.45: Kompletní nelineární odporový model unipolárního tranzistoru

1.4.1. Linearizace



Obrázek 1.46: Zapojení FET tranzistoru pro demonstraci linearizace jeho charakteristik v pracovním bodě



Obrázek 1.47: Linearizace charakteristik unipolarniho tranzistoru



Obrázek 1.48: Elementární linearizované modely Π unipolárního tranzistoru



Obrázek 1.49: Elementární linearizované modely T unipolárního tranzistoru

V saturační oblasti platí pro proud i_D vztah (1.30), resp. (1.27), převodní vodivost g_m je pak dána:

$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} \bigg|_{P_0: \ (u_{GS} = U_{GS})} =$$

$$= K_P \frac{W}{L} (U_{GS} - U_{TO}) = \sqrt{2 \frac{W}{L}} \sqrt{K_P I_D} \quad \text{pro MOSFET a} \quad (1.34)$$

$$= 2K_\beta (U_{GS} - U_{TO}) = 2\sqrt{K_\beta I_D} \quad \text{pro JFET.} \quad (1.35)$$

V případě vodivostní oblasti vyjdeme ze vztahu (1.33), resp. (1.29). V tomto případě, kdy je hodnota napětí u_{DS} malá ($u_{DS} < u_{GS} - U_{TO}$) lze často zanedbat výraz u_{DS}^2 oproti $2(u_{GS} - U_{TO})u_{DS}$, pak je proud

$$i_D \approx K_P \frac{W}{L} (u_{GS} - U_{TO}) u_{DS}, \quad \text{případně} \quad i_D \approx 2K_\beta (u_{GS} - U_{TO}) u_{DS} \quad (1.36)$$

lineární funkcí napětí u_{DS} či u_{GS} , tj. tranzistor za těchto podmínek funguje jako odpor (mezi drainem a sourcem) řízený napětím (u_{GS}). Tento odpor pak určíme podle vztahu

$$\frac{1}{r_{DS}} = g_{DS} = \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \bigg|_{P_0} = K_P \frac{W}{L} (U_{GS} - U_{TO}), \quad \text{případně} \quad 2K_\beta (U_{GS} - U_{TO})$$
(1.37)

Pro saturační oblast odvodíme výstupní odpor podobně jako u bipolárního tranzistoru. Derivací vztahu (1.32), resp. (1.28) v pracovním bodě ($u_{GS} = U_{GS}$) dostaneme

$$\frac{1}{r_0} = g_0 = \frac{\partial i_D}{\partial u_{DS}} \bigg|_{P_0} = I_D \lambda \tag{1.38}$$



Obrázek 1.50: Linearizované odporové modely unipolárních tranzistorů včetně výstupního odporu



Obrázek 1.51: Linearizovaný model unipolárního tranzistoru pro vyšší kmitočty

	n-kanál			p-kanál		
	oboha- covaným	ochuzo- vaným	JFET	oboha- covaným	ochuzo- vaným	JFET
Symbol						
$U_{TO} <> 0$	+	_	_	_	+	+
K	$\frac{1}{2}\mu C_{\rm ox}\frac{W}{L}$		$\frac{I_{DSS}}{U_p^2}$	$\frac{1}{2}\mu C_{ox}\frac{W}{L}$ $\frac{I_{DSS}}{U_p^2}$		
otevření tranzistoru	$u_{GS} > 0$			$u_{GS} > 0$		
$u_{DS} <> 0$	+			_		
	$u_{DS} < u_{GS} - U_{TO}$			$u_{DS} > u_{GS} - U_{TO}$		
vodivostní oblast	$i_D = K \left(2(u_{GS} - U_{TO})u_{DS} - u_{DS}^2 \right)$					
	$u_{DS} \ge u_{GS} - U_{TO}$			$u_{DS} \le u_{GS} - U_{TO}$		
saturační oblast	$i_D = K(u_{GS} - U_{TO})^2 \left(1 + \lambda u_{DS}\right)$					
r_0	$I_D\lambda$					

Literatura

- Sedra, A. S., Smith, K. C.: *Microelectronic Circuits*, 5th edition, Oxford University Press, Inc., New York 2004. ISBN 0-19-514-251-9.
- [2] Neamen, D. A.: *Electronics Circuit Analysis and Design*, Times Mirror Higher Education Group, Inc., Chicago: Irwin, 1996. ISBN 0-256-11919-8.
- [3] Boylestad, R. L., Nashelsky L.: *Electronic Devices and Circuit Theory*, 9th edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey 2006. ISBN 0-13-118905-0.
- [4] Uhlíř, J., Neumann, P.: Elektronické obvody a funkční bloky 1 Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998
- [5] Uhlíř, J., Neumann, P.: Elektronické obvody a funkční bloky 2 Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000